

مثال هایی از شبیه سازی

Simulation Examples

دانشگاه کردستان، پاییز ۱۳۹۲

دکتر عبدالسلام قادری

هدف این فصل

- هدف این فصل نمایش مفاهیم کلیدی در شبیه سازی است.
- برای ارائه مفاهیم کلیدی چند سیستم به صورت نمونه در نظر گرفته شده و به صورت دستی به شبیه سازی آنها پرداخته شده است.
- سیستم هایی که در این فصل مطرح هستند، سیستم هایی ساده بوده و مدل های ساده ای نیز برای آن ها ایجاد و توسعه یافته است.
- چهارچوب کاری به بررسی المان های کلیدی سیستم ها محدود شده و بررسی مفاهیم مربوط به مدل سازی به آینده موکول می شود.

مثال هایی از شبیه سازی

- ❑ شبیه سازی سیستم های صف
- ❑ شبیه سازی سیستم های موجودی
- ❑ دیگر مثالهای شبیه سازی

گامهای اساسی شبیه سازی

- تعیین ویژگیهای هر یک از ورودیها و مدلسازی آنها در قالب توزیع های گسسته یا پیوسته
- ایجاد جدول شبیه سازی با p ورودی X_{ij} و به ازای هر تکرار یک خروجی Y_i

$$i=1, \dots, n$$

$$j=1, \dots, p$$
- تولید مقدار برای هر ورودی در هر تکرار و ارزیابی تابع محاسبه کننده پاسخ با استفاده از نمونه گیری از توزیع های تعیین شده در گام اول

نمونه جدول شبیه سازی

جدول ۱-۲ جدول شبیه سازی.

دفعات تکرار	ورودیها					پاسخ (y_i)
	x_{i1}	x_{i2}	\dots	x_{ij}	\dots	x_{ip}
۱						
۲						
۳						
\vdots						
n						

A.Ghaderi
University of Kurdistan

شبیه سازی سیستمهای صف (FIFO)

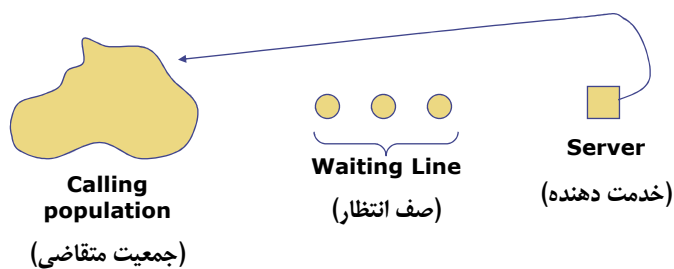


Fig. 2.1 Queueing System

- ❖ A queueing system is described by its calling population, the nature of the arrivals, the service mechanism, the system capacity, and the queueing discipline.

A.Ghaderi
University of Kurdistan

شبیه سازی سیستم های صف

□ شبیه سازی غالباً در تحلیل مدل های صف بکار می رود.

- در یک مدل ساده اما رایج صف، متقاضی وارد سیستم شده و در صورتیکه یک خدمت دهنده بیکار را بیابد برای دریافت خدمت به وی مراجعه می کند و فعالیت خدمت دهی آغاز می گردد و سرانجام سیستم را ترک می کند.
- اما چنانچه خدمت دهنده ای بیکار نباشد، به صف انتظار می پیوندد تا نوبتش برسد و همانند حالت قبل پس از دریافت خدمت، سیستم را ترک می کند.

فرضیات مدل های صف

- ۱- جمعیت متقاضی نامحدود است. یعنی اگر یک نفر متقاضی سیستم را ترک کند و به صف انتظار بپیوندد یا به محل دریافت خدمت برود، هیچ تغییری در آهنگ ورود سایر متقاضیان روی نخواهد داد.
- ۲- در این سیستم ها ورود هر بار یکی و آن نیز بصورت تصادفی رخ می دهد.
- ۳- مدت های خدمت دهی تصادفی است و در قالب یک توزیع احتمالی تعیین می شوند که با گذشت زمان بدون تغییر می ماند.

فرضیات مدل های صف

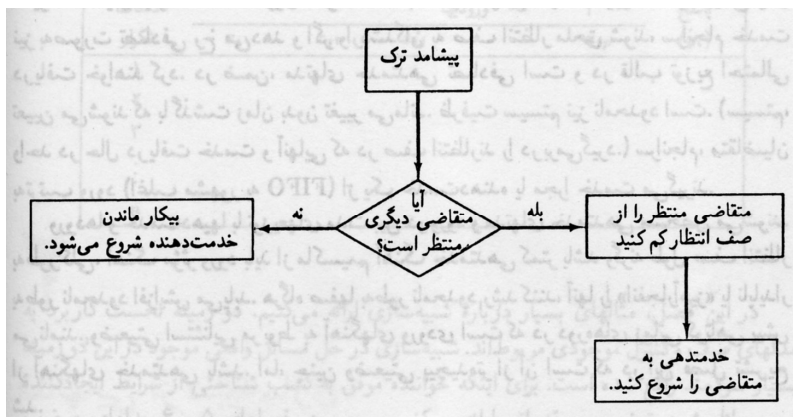
- ۴- ظرفیت سیستم نامحدود است.
- ۵- متقاضیان به ترتیب ورود (FIFO) از یک خدمت دهنده، خدمت دریافت می کنند.
- ۶- در این سیستم ها بطور کلی بایستی آهنگ موثر ورود از ماکسیمم آهنگ خدمت دهی کمتر باشد و گرنه طول صف بطور نامحدود افزایش می یابد. (اصطلاحاً آنرا انفجار آمیز (explosive) یا ناپایدار می نامند.)

تعاریف

- ❑ اعداد تصادفی: اعداد تصادفی بطور یکنواخت و مستقل در بازه $[0,1]$ توزیع می شوند. در فصل ۷ در مورد اعداد تصادفی و نحوه تولید آنها بحث خواهد شد.
- ❑ ارقام تصادفی: ارقام تصادفی بطور یکنواخت روی مجموعه اعداد ۰ و ۹ و ... توزیع می شوند. برای تولید ارقام تصادفی، از جدول پ-۱ کتاب استفاده می کنیم.
- ❑ از ساعت شبیه سازی به عنوان مبنا در بررسی زمان وقوع رویدادها استفاده می شود.

Basics of Simulation

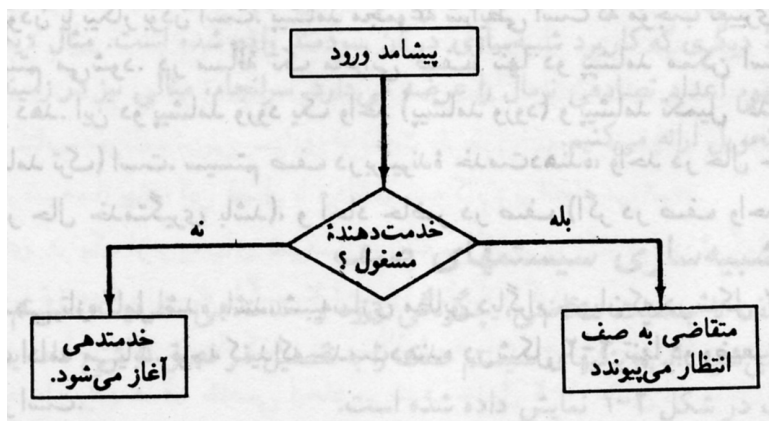
فلوچارت مراحل شبیه سازی زمانیکه خدمت دهی تازه تکمیل شده باشد



A.Ghaderi
University of Kurdistan

Basics of Simulation

فلوچارت مراحل شبیه سازی مربوط به ورود متقاضی به سیستم



A.Ghaderi
University of Kurdistan

شبیه سازی سیستم صف تک ورودی

جدول ۲-۲ مدت‌های بین دو ورود و زمانهای ورود.

مشتري	مدت بين دو ورود	زمان ورود برحسب ساعت شبیه‌سازی
۱	-	۰
۲	۲	۲
۳	۴	۶
۴	۱	۷
۵	۲	۹
۶	۶	۱۵

شبیه سازی برای ۶ مشتری که مدت زمان بین ورود آنها ارقام تصادفی ۱-۶ است.

- The 1st customer is assumed to arrive at clock time 0. 2nd customer arrives two time units later (at clock time 2), and so on.

A.Ghaderi
University of Kurdistan

شبیه سازی سیستم صف تک ورودی

جدول ۳-۲ مدت‌های خدمت‌دهی.

مشتري	مدت خدمت‌دهی
۱	۲
۲	۱
۳	۳
۴	۲
۵	۱
۶	۴

مدت خدمت دهی از توزیع تصادفی ارقام ۱-۴ تولید شده است.

A.Ghaderi
University of Kurdistan

شبیه سازی سیستم صف تک ورودی

در شبیه سازی صف به مشتریان براساس ترتیب ورود خدمت دهی می شود.

جدول ۴-۲ جدول شبیه سازی با تأکید بر اینکه زمانها بر اساس ساعت شبیه سازی باشد.

مشتري	زمان ورود	زمان شروع خدمت	مدت خدمت دهی	زمان پایان خدمت دهی
۱	۰	۰	۲	۲
۲	۲	۲	۱	۳
۳	۶	۶	۳	۹
۴	۷	۹	۲	۱۱
۵	۹	۱۱	۱	۱۲
۶	۱۵	۱۵	۴	۱۹

A.Ghaderi
University of Kurdistan

شبیه سازی سیستم صف تک ورودی

جدول ۵-۲ ترتیب زمانی پیشامدها.

نوع پیشامد	مشتري	ساعت شبیه سازی
ورود	۱	۰
ترک	۱	۲
ورود	۲	۲
ترک	۲	۳
ورود	۳	۶
ورود	۴	۷
ترک	۳	۹
ورود	۵	۹
ترک	۴	۱۱
ترک	۵	۱۲
ورود	۶	۱۵
ترک	۶	۱۹

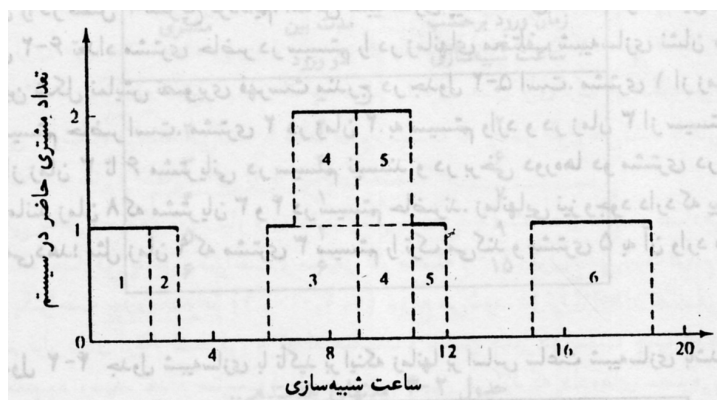
نمایش دیگری از خروجی:

مرتب سازی رویدادها براساس
ساعت شبیه سازی

A.Ghaderi
University of Kurdistan

شبیه سازی سیستم صف تک ورودی

نمایش دیگری از خروجی:
تعداد مشتری حاضر در سیستم با توجه به زمان شبیه سازی



حداکثر دو مشتری در هر لحظه در سیستم حاضرند.

A.Ghaderi
University of Kurdistan

مثال: صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

□ یک فروشگاه مواد غذایی تنها یک باجه صندوق دارد. مشتریان به طور تصادفی با فواصل زمانی ۱ تا ۸ دقیقه به صندوق مراجعه می کنند. از طرفی مدت های خدمت دهی از ۱ تا ۶ دقیقه متغیر می باشد.



در ادامه جدول های "توزیع مدت های بین دو ورود" و "توزیع مدت های خدمت دهی" آورده شده است.

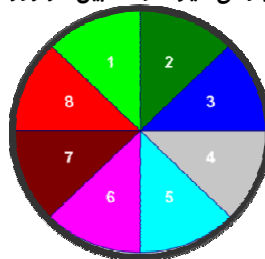
A.Ghaderi
University of Kurdistan

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

احتمال	مدتهای بین دو ورود (دقیقه)
۰.۱۲۵	۱
۰.۱۲۵	۲
۰.۱۲۵	۳
۰.۱۲۵	۴
۰.۱۲۵	۵
۰.۱۲۵	۶
۰.۱۲۵	۷
۰.۱۲۵	۸

برای اجرای شبیه سازی، در هر تکرار بایستی بر اساس جدول روبرو زمان بین دو ورود مشخص گردد.

برای نمونه گیری می توان یک دایره را به ۸ قسمت مساوی تقسیم نمود و هر با آنرا چرخاند. عددی که بر روی نشانگر قرار می گیرد، زمان بین دو ورود می باشد.



مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

احتمال	مدت خدمت دهی
۰.۱۰	۱
۰.۲۰	۲
۰.۳۰	۳
۰.۲۵	۴
۰.۱۰	۵
۰.۰۵	۶

برای اجرای شبیه سازی، در هر تکرار بایستی بر اساس جدول روبرو، مدت زمان خدمتی به مشتری مراجعه کننده، مشخص گردد.

برای نمونه گیری می توان ۱۰۰ مهره که بر روی ۱۰ تایی آنها عدد ۱، بر روی ۲۰ تایی آنها عدد ۲، بر روی ۳۰ تا عدد ۳، بر روی ۲۵ تا عدد ۴، ۱۰ عدد ۵ و بر روی ۵ تا عدد ۶ نوشته شده است را درون یک کیسه قرار داد و هر بار یک مهره به تصادف از کیسه خارج گردد.

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

- مسئله: ارائه سرویس به ۲۰ مشتری
 - درحقیقت ۲۰ مشتری جامعه آماری کوچکی است و نمی توان از روی نتایج حاصل از آن تصمیمات نهایی را اخذ کرد.
 - شرایط اولیه سیستم مدنظر قرار نگرفته است تا محاسبات ساده تر شود.
- مجموعه ای از اعداد تصادفی برای زمان های بین ورودی ها به صندوق باید تولید گردد.
 - این اعداد با استفاده از توزیع یکنواخت بین صفر و یک ایجاد می شوند.
 - اجراهای بعدی شبیه سازی باید با اعداد تصادفی صورت پذیرد که از اعداد فعلی مستقلند.
- اعداد تولید شده در بازه صفر و یک به اعداد متناظر در محدوده مورد نظر تبدیل می شوند.

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

مدتهای بین دو ورود (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰.۱۲۵	۰.۱۲۵	۰۰۱-۱۲۵
۲	۰.۱۲۵	۰.۲۵۰	۱۲۶-۲۵۰
۳	۰.۱۲۵	۰.۳۷۵	۲۵۱-۳۷۵
۴	۰.۱۲۵	۰.۵۰۰	۳۷۶-۵۰۰
۵	۰.۱۲۵	۰.۶۲۵	۵۰۱-۶۲۵
۶	۰.۱۲۵	۰.۷۵۰	۶۲۶-۷۵۰
۷	۰.۱۲۵	۰.۸۷۵	۷۵۱-۸۷۵
۸	۰.۱۲۵	۱.۰۰۰	۸۷۶-۰۰۰

□ استفاده از ارقام تصادفی برای نمونه گیری:

هر بار ارقام ۳ رقمی از جدول پ-۱ خوانده می شود و با توجه به اینکه در کدام رنج از ستون "تخصیص ارقام تصادفی" قرار می گیرد، عدد مربوط به ستون "مدت بین دو ورود" برای آن تکرار در نظر گرفته می شود.

Basics of Simulation

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

مدت خدمت دهی	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰.۱۰	۰.۱۰	۰۱-۱۰
۲	۰.۲۰	۰.۳۰	۱۱-۳۰
۳	۰.۳۰	۰.۶۰	۳۱-۶۰
۴	۰.۲۵	۰.۸۵	۶۱-۸۵
۵	۰.۱۰	۰.۹۵	۸۶-۹۵
۶	۰.۰۵	۱.۰۰	۹۶-۰۰

A.Ghaderi
University of Kurdistan

23

Basics of Simulation

مثال : جدول شبیه سازی صف تک مجرای

- For manual simulation, Simulation tables are designed for the problem at hand, with columns added to answer questions posed:

مشتري	مدت سپری شده از آخرین ورود (دقیقه)	زمان ورود	مدت خدمت دهی (دقیقه)	زمان شروع خدمت	مدت ماندن مشتری در صف (دقیقه)	زمان پایان خدمت	مدت ماندن مشتری در سیستم (دقیقه)	مدت بیکاری خدمت دهنده (دقیقه)
۱	-	۰	۴	۰	۰	۴	۴	۰
۲	۸	۸	۱	۸	۰	۹	۱	۴
۳	۶	۱۴	۴	۱۴	۰	۱۸	۴	۵
۴	۱	۱۵	۳	۱۸	۳	۲۱	۶	۰
۵	۸	۲۳	۲	۲۳	۰	۲۵	۲	۲
۶	۳	۲۶	۴	۲۶	۰	۳۰	۴	۱
...
۲۰	۵	۸۲	۳	۸۳	۱	۸۶	۴	۰
24			۶۸		۵۶		۱۲۴	۱۸

A.Ghaderi
University of Kurdistan

Basics of Simulation

مشتري	مدت سپري شده از آخرين ورود (دقيقه)	زمان ورود	مدت خدمت دهی (دقيقه)	زمان شروع خدمت	مدت ماندن در صف (دقيقه)	زمان پايان خدمت	مدت ماندن در سيستم (دقيقه)	مدت بيمکاری خدمت دهنده (دهنده)
۱	-	۰	۴	۰	۰	۴	۴	۰
۲	۸	۸	۱	۸	۰	۹	۱	۴
۳	۶	۱۴	۴	۱۴	۰	۱۸	۴	۵
۴	۱	۱۵	۳	۱۸	۳	۲۱	۶	۰
۵	۸	۲۳	۲	۲۳	۰	۲۵	۲	۲
۶	۳	۲۶	۴	۲۶	۰	۳۰	۴	۱
۷	۸	۳۴	۵	۳۴	۰	۳۹	۵	۴
۸	۷	۳۴	۵	۳۴	۰	۳۹	۵	۴
۹	۲	۴۳	۵	۴۵	۲	۵۰	۷	۰
۱۰	۳	۴۶	۳	۵۰	۴	۵۳	۷	۰
۱۱	۱	۴۷	۳	۵۳	۶	۵۶	۹	۰
۱۲	۱	۴۸	۵	۵۶	۸	۶۱	۱۳	۰
۱۳	۵	۵۳	۴	۶۱	۸	۶۵	۱۲	۰
۱۴	۶	۵۹	۱	۶۵	۶	۶۶	۷	۰
۱۵	۳	۶۲	۵	۶۶	۴	۷۱	۹	۰
۱۶	۸	۷۰	۴	۷۱	۱	۷۵	۵	۰
۱۷	۱	۷۱	۳	۷۵	۴	۷۸	۷	۰
۱۸	۲	۷۳	۳	۷۸	۵	۸۱	۸	۰
۱۹	۴	۷۷	۲	۸۱	۴	۸۳	۶	۰
۲۰	۵	۸۲	۳	۸۳	۱	۸۶	۴	۰
Sum:		۸۲	۶۸		۵۶	۸۶	۱۲۴	

A.Ghaderi
University of Kurdistan

25

Basics of Simulation

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

نتایج و تجزیه تحلیل ها

۱- متوسط مدت انتظار هر مشتری ۲.۸ دقیقه است. این نتیجه بصورت زیر تعیین می شود.

$$\text{متوسط مدت انتظار} = \frac{\text{مجموع مدت انتظار مشتریان در صف (دقیقه)}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}} = \frac{۵۶}{۲۰} = ۲.۸ \text{ دقیقه}$$

A.Ghaderi
University of Kurdistan

26

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

۲- احتمال اینکه یک مشتری مجبور شود که برای دریافت خدمت، منتظر بماند. (درصد مشتریانی که با صف انتظار روبرو می شوند).

$$\text{احتمال انتظار} = \frac{\text{تعداد مشتریانی که در انتظار می مانند}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}} = \frac{13}{20} = 0.65$$

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

3- درصد اوقاتی که خدمت دهنده بیکار است، بصورت زیر بدست می آید:

$$\text{احتمال بیکاری خدمت دهنده} = \frac{\text{مجموع بیکاری خدمت دهنده (دقیقه)}}{\text{مجموع مدت شبیه سازی (دقیقه)}} = \frac{18}{86} = 0.21$$

□ در ۲۱ درصد اوقات خدمت دهنده بیکار است. لذا احتمال مشغول بودن خدمت دهنده ۰.۷۹ است.

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

۴- متوسط مدت خدمت دهی ۳.۴ دقیقه است که به طریق زیر تعیین می شود:

$$\text{متوسط مدت خدمت دهی} = \frac{\text{مجموع مدت خدمت دهی (دقیقه)}}{\text{تعداد مشتریان}} = \frac{۶۸}{۲۰} = ۳.۴ \text{ دقیقه}$$

این نتیجه را می توان با محاسبه میانگین مدت خدمت دهی با بکار گیری رابطه

$$E(x) = \sum_x xp(x)$$

زیر بدست آورد.

$$E(x) = 1(0.10) + 2(0.20) + 3(0.30) + 4(0.25) + 5(0.10) + 6(0.05) = 3.2 \text{ min}$$

هرچه تعداد دفعات اجرای شبیه سازی بیشتر شود، مقدار بدست آمده از شبیه سازی به

مقدار دقیق ($E(x)$) نزدیکتر می شود.

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

۵- متوسط مدت بین دو ورود ۴.۳ دقیقه است. این نتیجه به طریق زیر تعیین می شود.

$$\text{متوسط مدت بین دو ورود (دقیقه)} = \frac{\text{مجموع تمام مدت های بین دو ورود (دقیقه)}}{\text{تعداد مشتریان منهای یک}} = \frac{۸۲}{۱۹} = ۴.۳ \text{ دقیقه}$$

چون مدت های بین دو ورود دارای توزیع یکنواخت گسسته است، این نتیجه را می توان با

یافتن میانگین توزیع یکنواخت گسسته از رابطه زیر، مقایسه کرد:

$$E(x) = \frac{a+b}{2} = \frac{1+8}{2} = 4.5 \text{ min}$$

هرچه تعداد دفعات اجرای شبیه سازی بیشتر شود، مقدار بدست آمده از

شبیه سازی به مقدار دقیق ($E(x)$) نزدیکتر می شود.

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

۶- متوسط مدت انتظار آنهایی که به انتظار می مانند، ۴.۳ دقیقه است و این به

صورت زیر تعیین می شود:

$$\text{دقیقه ۴.۳} = \frac{\text{مجموع مدتی که مشتریان در صف انتظار هستند (دقیقه)}}{\text{تعداد مشتریانی که در صف به انتظار می مانند}} = \frac{۵۶}{۱۳}$$

متوسط انتظار آنهایی که به انتظار می مانند (دقیقه)

۷- متوسط مدتی که هر مشتری در سیستم می گذراند ۶.۲ دقیقه است که به دو

صورت بدست می آید.

$$\text{دقیقه ۶.۲} = \frac{\text{مجموع مدتی که مشتریان در سیستم هستند (دقیقه)}}{\text{مجموع تعداد مشتریان}} = \frac{۱۲۴}{۲۰}$$

متوسط مدت ماندن مشتری در سیستم (دقیقه)

مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

راه دوم محاسبه متوسط حضور مشتری در سیستم بصورت زیر است:

$$\text{متوسط زمانی که مشتری برای دریافت خدمت صرف می کند} + \text{متوسط زمانی که مشتری در صف به انتظار می ماند} = \text{متوسط زمان حضور مشتری در سیستم}$$

$$\text{دقیقه ۶.۲} = ۲.۸ + ۳.۴$$

متوسط زمان حضور مشتری در سیستم

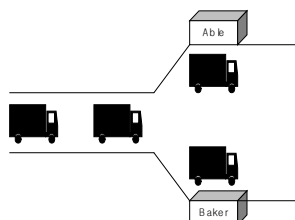
مثال : صف تک مجرای (صف با یک خدمت دهنده)

اجرا توسط EXCEL

مسئله اتو رستوران هایبل و خباز

□ یک اتو رستوران را در نظر بگیرید که آورندگان غذا، سفارشات را دریافت می کنند و غذا را به خودروها می آورند. تعداد آورندگان غذا (خدمت دهندگان) دو نفر است: هایبل و خباز. هایبل برای انجام این کار توانا تر است و کمی سریعتر از خباز کار می کند.

□ فرض بر اینست که اگر هر دو خدمت دهنده همزمان بیکار باشند، هایبل عمل سرویس دهی را انجام می دهد.



مسئله اتو رستوران هابیل و خباز

در ادامه جدول های مربوط به توزیع مدت های بین دو ورود و توزیع زمان های خدمت دهی هابیل و خباز آورده شده است.

مدت های بین دو ورود (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۱	۰.۲۵	۰.۲۵	۰۱-۲۵
۲	۰.۴۰	۰.۶۵	۲۶-۶۵
۳	۰.۲۰	۰.۸۵	۶۶-۸۵
۴	۰.۱۵	۱.۰۰	۸۶-۰۰

مسئله اتو رستوران هابیل و خباز

مدت خدمت دهی هابیل (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۲	۰.۳۰	۰.۳۰	۰۱-۳۰
۳	۰.۲۸	۰.۵۸	۳۱-۵۸
۴	۰.۲۵	۰.۸۳	۵۹-۸۳
۵	۰.۱۷	۱.۰۰	۸۴-۰۰

مدت خدمت دهی خباز (دقیقه)	احتمال	احتمال تجمعی	تخصیص ارقام تصادفی
۳	۰.۳۵	۰.۳۵	۰۱-۳۵
۴	۰.۲۵	۰.۶۰	۳۶-۶۰
۵	۰.۲۰	۰.۸۰	۶۱-۸۰
۶	۰.۲۰	۱.۰۰	۸۱-۰۰

Basics of Simulation

مسئله اتو رستوران هابیل و خباز

مدت انتظار در صف	خباز			هابیل			ارقام تصادفی خدمت دهی	زمان ورود	مدت بین دو ورود	ارقام تصادفی ورود	مشتری
	زمان پایان خدمت	مدت خدمت هی	زمان شروع خدمت	زمان پایان خدمت	مدت خدمت هی	زمان شروع خدمت					
۰				۵	۵	۰	۹۵	۰	-	-	۱
۰	۵	۳	۲				۲۱	۲	۲	۲۶	۲
۰				۹	۳	۶	۵۱	۶	۴	۹۸	۳
۰				۱۵	۵	۱۰	۹۲	۱۰	۴	۹۰	۴
۰	۱۸	۶	۱۲				۸۹	۱۲	۲	۲۶	۵
۱				۱۸	۳	۱۵	۳۸	۱۴	۲	۴۲	۶
...
۰				۶۲	۳	۵۹	۴۷	۵۹	۴	۹۲	۲۶
۱۱		۴۳			۵۶						

A.Ghaderi
University of Kurdistan

37

Basics of Simulation

مدت انتظار در صف	خباز			هابیل			ارقام تصادفی خدمت دهی	زمانهای ورود برحسب ساعت شیب سازی	زمانهای بین دو ورود	ارقام تصادفی ورود	مشتری
	زمانهای پایان خدمت	مدت خدمت هی	زمانهای شروع خدمت	زمانهای پایان خدمت	مدت خدمت هی	زمانهای شروع خدمت					
۰				۵	۵	۰	۹۵	۰	-	-	۱
۰	۵	۳	۲				۲۱	۲	۲	۲۶	۲
۰				۹	۳	۶	۵۱	۶	۴	۹۸	۳
۰				۱۵	۵	۱۰	۹۲	۱۰	۴	۹۰	۴
۰	۱۸	۶	۱۲				۸۹	۱۲	۲	۲۶	۵
۱				۱۸	۳	۱۵	۳۸	۱۴	۲	۴۲	۶
۱				۲۰	۲	۱۸	۱۳	۱۷	۳	۷۲	۷
۰				۲۴	۴	۲۰	۶۱	۲۰	۳	۸۰	۸
۰	۲۷	۳	۲۳				۵۰	۲۳	۳	۶۸	۹
۱				۲۷	۳	۲۴	۴۹	۲۴	۱	۲۲	۱۰
۰				۳۰	۳	۲۷	۳۹	۲۶	۲	۳۸	۱۱
۰	۳۲	۴	۲۸				۵۳	۲۸	۲	۳۳	۱۲
۰				۳۵	۵	۳۰	۸۸	۳۰	۲	۴۵	۱۳
۱	۳۵	۳	۳۲				۰۱	۳۱	۱	۲۴	۱۴
۲				۳۹	۴	۳۵	۸۱	۳۳	۲	۳۲	۱۵
۰	۳۹	۴	۳۵				۵۳	۳۵	۲	۶۳	۱۶
۲				۴۳	۴	۳۹	۸۱	۳۷	۲	۳۸	۱۷
۰	۴۵	۵	۴۰				۶۴	۴۰	۳	۸۰	۱۸
۱				۴۵	۲	۴۳	۰۱	۴۲	۲	۲۲	۱۹
۱				۴۹	۴	۴۵	۶۷	۴۴	۲	۵۶	۲۰
۰	۵۱	۳	۴۸				۰۱	۴۸	۲	۸۹	۲۱
۰				۵۲	۳	۴۹	۲۷	۴۹	۱	۱۸	۲۲
۰	۵۶	۵	۵۱				۷۵	۵۱	۲	۵۱	۲۳
۰				۵۷	۳	۵۴	۵۷	۵۴	۳	۷۱	۲۴
۱	۶۲	۶	۵۶				۸۷	۵۵	۱	۱۶	۲۵
۰				۶۲	۳	۵۹	۲۷	۵۹	۴	۹۲	۲۶
۱۱		۴۳			۵۶						

38

مسئله اتو رستوران هابیل و خباز

□ تجزیه و تحلیل یافته ها

۱- در دوره ۶۲ دقیقه ای، هابیل در ۹۰ درصد اوقات مشغول خدمت دهی است.

$$\frac{56}{62} = 0.90$$

۲- خباز تنها ۶۹ درصد اوقات به خدمت دهی مشغول است. قاعده حق تقدم باعث

$$\frac{43}{62} = 0.69$$

شده که وی کمتر مشغول باشد.

۳- نه نفر از ۲۶ نفر افراد وارد شده ناچار به انتظار کشیدن بوده اند. لذا احتمال مواجهه

$$\frac{9}{26} = 0.35$$

با صف حدود ۰.۳۵ می باشد.

مسئله اتو رستوران هابیل و خباز

۴- متوسط مدت انتظار برای تمام مشتریان تنها ۰.۴۲ دقیقه با ۲۵ ثانیه بوده است که مقداری بسیار کم است.

$$\frac{11}{26} = 0.42$$

۵- نه نفری که مجبور بوده اند که در صف انتظار قرار گیرند، به طور متوسط تنها ۱.۲۲ دقیقه انتظار کشیده اند که مقداری بسیار کم است.

$$\frac{11}{9} = 1.22$$

مسئله اتو رستوران هابیل و خباز

۶- به طور خلاصه این سیستم متوازن به نظر می رسد. یک خدمت دهنده نمی تواند از عهده خدمت دهی به تمام متقاضیان بر آید و سه خدمت دهنده نیز احتمالاً بسیار زیاد است.

افزودن یک خدمت دهنده دیگر مطمئناً زمان انتظار را به صفر می رساند. اما برای توجیه بکارگیری خدمت دهنده دیگر، هزینه انتظار باید بسیار زیاد باشد.

مثال : اتو رستوران هابیل و خباز

اجرا توسط EXCEL